

Izpratnes veidošana un dziļa mācīšanās matemātikā

Cēsis, 2021. gada 27. augusts

Jānis Vilciņš, Projekta *Skola2030* vecākais eksperts



Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS
ATTĪSTĪBAS
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

Saturs

Kā savietot savu pieredzi ar jauno?

Par prasmju un izpratnes mijiedarbību

Par maldīgiem, sašaurinātiem priekšstatiem

Par stratēģijām un zināšanu konstruēšanu

Par SOLO taksonomijas 3. līmeni

Kā savietot savu pieredzi ar jauno?

No skolotājiem netiek gaidīti momentāli rezultāti, ierastās prakses pilnīga maiņa vai tml.

Kritiska, izvērtējoša attieksme apliecina patstāvību, vēlmi saprast.

Tiek sagaidīts, ka skolotājs nepaliek pozīcijā – manā darbā nekas nav jāmaina jeb ir gatavs pamēģināt/ievieš praksē ko jaunu, pārskatīt savu pieredzi.

Pieredze ir struktūra, kurā jūs pakāpeniski integrējat jauno (ne otrādi!).

Labu rezultātu nevar dot tas, kas nav iekšēji pieņemts, saprasts pēc būtības.

Mēģini kaut ko mainīt tur, kur rezultāts nav tik labs.

Svarīga spēja kritiski izvērtēt esošo pieredzi un ieraudzīt – KAS TIEŠI NAV LABI TAJĀ, KĀ MĒS MĀCAM MATEMĀTIKU.

Esošās situācijas raksturojums

Dominē vingrināšanās, prasmju mehāniska apguve, izpratne netiek veidota pietiekami dziļā.

Zināšanas ir nenoturīgas, trauslas.

Nozīmīgai daļai skolēnu matemātikas simboliskā valoda ir šķērslis.

Skolēniem kopumā nav ieraduma skaidrot jēdzienus, paņēmienus, risinājumu u. tml..

Pietrūkst prasmju lasīt, veidot un organizēt matemātisku tekstu.

Izglītības posmi nemāca matemātiku vienotu mērķu ietvarā.

Izglītības posmi nemāca matemātiku vienotu mērķu ietvarā



Lokāli (1.-3. klase) mērķi: Saskaitīt un atņemt, reizināt un dalīt skaitļus, risināt tipveida teksta uzdevumus, atpazīt un uzzīmēt daudzstūri utt.

Paplašināti (1.-9. klase) mērķi: Veidot matemātiskas stratēģijas, problēmrisināšanas stratēģijas, metakognitīvas prasmes.

Par prasmju un izpratnes mijiedarbību

Ko «redz» skolēni, «kas tas ir» skolēniem?

$$\sqrt{26}$$

$$18 - (6 + 5)$$

$$\frac{12 + 6}{3}$$

Signāls/pamudinājums veikt konkrētas darbības.

Matemātisks objekts, kam ir nosaukums, noteiktas īpašības, ...

$$y = 2 - (x + 1)^2$$

$$\frac{4a + 2}{4}$$

$$2 \sin 2x + 3$$

Izpratne par līdzīgajiem saskaitāmajiem

$$2a + 3a$$

Ko zina? Ko saprot? Kā tiek iegūts rezultāts?

Kāds ir Jūsu padoms?

Kā varam palīdzēt saprast?

Vai visiem izpratni veidojam «vienā līmenī»?

Interpretēšana ar “āboliem” palīdz vai maldina?

Interpretēšana ar “āboliem” palīdz vai maldina?

- 1) Šī interpretācija maldina par burtu patieso lietojumu matemātikā – nezināmi/mainīgi **lielumi**.
- 2) Neietver matemātiskā satura skaidrojumu.
- 3) Netiek veidota saistība ar reizināšanas darbību.
- 4) Šī interpretācija nav lietojama tālāk (a^2 , ab u. tml.), ieteikums uzreiz izvēlēties korektāku un vispārīgāku interpretācijas veidu.
- 5) Aprēķini $5a$, ja $a = 6$.
Ja $5a$ ir 5 āboli, tad ko apraksta darbība $5 \cdot 6$?

Skaidro teorētiski un ar piemēriem, modeļiem



Ko nozīmē? Kā pārveidot? Kāpēc? $2a + 3a$

Matemātiskā satura (“teorijas”) skaidrojums -
reizināšanas sadalāmības (terminu var nelietot) īpašības lietojums

$$2a + 3a = 2 \cdot a + 3 \cdot a = (2 + 3) \cdot a = 5 \cdot a = 5a$$

Modelē ģeometriski, piemēram, a ir nogriežņa garums.



a

Izmanto piemērus sadzīviskā kontekstā, piemēram, a ir cena.

Būtiska ideja, lai skolēns veiksmīgāk lietotu SRF

Zināšanas par binomu reizināšanu un kāpināšanu ļauj vienmēr atcerēties (iegūt) saīsinātās reizināšanas formulas.

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = \dots$$

Pašvadītas mācīšanās

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = \dots$$

elementi

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = \dots$$

Metakognitīvas darbības

elementi

Kas ir funkcijas atvasinājums? Ko rāda funkcijas atvasinājums?

Ja funkcija, kuras arguments ir laiks, apraksta kādu procesu, tad funkcijas atvasinājums ir procesa norises ātrums.

ZIŅA (Skola2030 programmu paraugos) – KO SAPROT SKOLĒNS

(fakti, idejas, īsi apraksti u. tml.)

Būtiska ideja, lai saprastu, kas ir noteiktais integrālis

Līklīnijas trapeces (ierobežo $y=f(x)$, ...) laukumu tuvināti var izteikt kā taisnstūru (malu garumi $f(x_i)$ un Δx) laukumu summu; jo mazāks Δx , jo precīzāka laukuma vērtība.

Integrēšana - apvienošana

Paskaidro, ko nozīmē atrisināt nevienādību $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ ar grafisko intervālu metodi.

- Risināt nevienādību $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ ar grafisko intervālu metodi nozīmē uzskicēt funkciju $f(x)$ un $g(x)$ grafikus, attēlojot funkciju nulles un nosakot funkciju vērtību zīmes iegūtajos intervālos; tas ļauj secināt par nevienādības $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ atrisinājumu. (M.Li.2.; M.Li.4.)

Skaidrošana – viens no veidiem, kā skolēns un skolotājs var pārliecināties par izpratnes dziļumu.

Piemērs: iespējami precīzi paskaidro doto lielumu nozīmi un eksistenci:

a) $\arcsin \frac{3}{4}$, b) $\arcsin 1,2$.

Punkti	1	2	3	4
Vērtēšanas kritēriji	a) Zina, ka pierakstīts leņķis. b) Atbildes nav vai tā ir aplama.	a) Zina, ka pierakstīts leņķis, kura sinuss vienāds ar $\frac{3}{4}$. b) Atbildes nav vai tā ir aplama.	a) Zina, ka pierakstīts leņķis, kura sinuss vienāds ar $\frac{3}{4}$ un saprot tā vērtību kopu. b) Zina, ka lielums neeksistē, bet nepaskaidro nosacījumu.	a) Zina, ka pierakstīts leņķis, kura sinuss vienāds ar $\frac{3}{4}$ un saprot tā vērtību kopu. b) Zina, ka lielums neeksistē un paskaidro nosacījumu.

Paskaidro, kas ir saknes $\sqrt[3]{a}$ vērtība.

[illegible]

Vērtēšanas kritērijs	Snieguma apraksts Punkti	
Skaidro, kas ir n-tās pakāpes saknes skaitliskā vērtība.	Skaidro lieluma $\sqrt[n]{a}$ nozīmi, izmantojot tikai konkrētus piemērus vai skaidro vispārīgi, bet pieļauj neprecizitātes	Skaidro vispārīgi un korekti, demonstrējot izpratni.
	1 punkts	2 punkti



Jūsu jautājumi, komentāri par dzirdēto un saistībā ar to



Pārmaiņu būtība – izpratnes veidošana, mācoties
matemātiku

Mācīšanās rezultāti, kas neapliecina izpratni ... palīdz saprast,
kas ir izpratne



Par maldīgiem, sašaurinātiem priekšstatiem

Maldīgi vai sašaurināti priekšstati (piemēri)

No šiem skaitļiem kvadrātsakni nevar izvilkt.

$\sqrt{20}$

$\sqrt{7}$

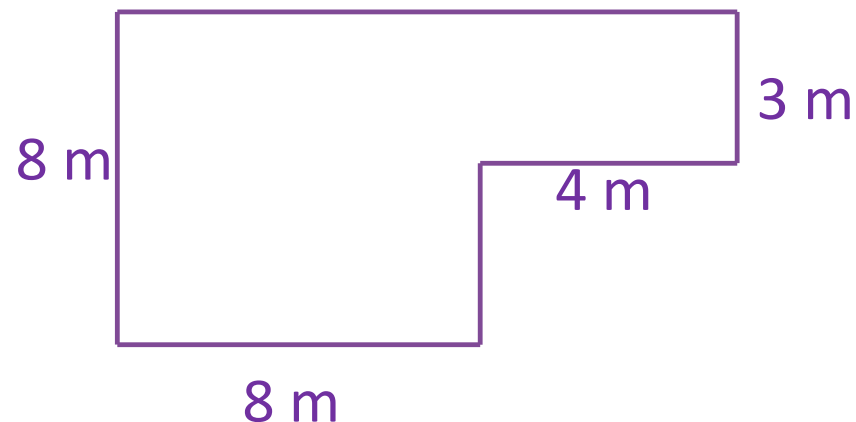
$-a$ ir negatīvs.

a^2 ir pozitīvs

Laukums ir malu reizinājums.

...

Piemērs



b) Aprēķini dārza platību.

$$8\text{ m} \cdot 8\text{ m} \cdot 12\text{ m} \cdot 4\text{ m} \cdot 3\text{ m} \cdot 5\text{ m} = 46080\text{ m}^2$$

b) Aprēķini dārza platību.

$$8 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 4 =$$
$$12 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 46080\text{ m}^2$$

b) Aprēķini dārza platību.



$$8 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 3 = 62\text{ m}$$

b) Aprēķini dārza platību.

$$S_8 = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 12 =$$

$$64 \cdot 20 \cdot 36 = 46080\text{ m}^2$$

Laukums ir malu reizinājums.

Laukumu var noteikt, noklājot figūru ar vienādiem kvadrātiem/rūtiņām. Laukums ir kvadrātu skaits. (M.Li.6.)



Taisnstūra laukumu var aprēķināt, laukuma vienību (kvadrātu) skaitu rindā (gar vienu taisnstūra malu) reizinot ar rindu skaitu. (M.Li.6.)



Taisnstūra laukuma skaitlisko vērtību iegūst, sareizinot blakus esošo malu garumu skaitliskās vērtības (izteiktas vienādās mērvienībās). (M.Li.6.)

Kā skolēnam pakāpeniski veidojas jēga/izpratne?

Maldīgi vai sašaurināti priekšstati (piemēri)

«Atmetam saucējus» (risinot daļveida vienādojumu).

«Atmetam bāzes» (risinot eksponentvienādojumu).

Par ko signalizē kāda paņēmiena/algoritma nosaukums – par formu vai saturu/jēgu?

Ko skolēni saprot ar jēdzienu «mainīgais lielums»?

Kā sašaurinātais priekšstats traucē saprast paņēmieni

«definē jaunu mainīgo»?



Maldīgi vai sašaurināti priekšstatī (piemēri)

Par stratēģijām un zināšanu konstruēšanu

Par stratēģijām darbību izpildē

$$28 - 13 = 28 - 10 - 3 = 18 - 3 = 15$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

«Skaitļu algebra» → Algebra

Zina (mehāniska instrukcija)



Izprot (satura atsegums)

Ja pirms iekavām ir mīnuss zīme, tad, atverot iekavas, zīmes iekavās mainās uz pretējo.

$$a - (b + c) = a - b - c$$

Atņemt summu nozīmē to pašu, ko pakāpeniski atņemt katru saskaitāmo.

$$a - (b + c) = a - b - c$$

Skolēni konstruē zināšanas, izmantojot jau apgūto, t. sk. stratēģijas

$$4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$$

Stratēģija „atņemu pakāpeniski”

$$4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} = 4\frac{1}{4} - 2 - \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{2}{4} =$$

Stratēģija „vienādi palielinu abus skaitļus (atņemot)”

$$4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} = 4\frac{2}{4} - 3 =$$

Stratēģija „vienādi samazinu abus skaitļus (atņemot)”

$$4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} = 4 - 2\frac{2}{4} = 3\frac{2}{4} - 2 =$$

Par problēmrisināšanas stratēģiju *Mēģinu un pārbaudu*

5. klase

Decimāldaļu reizināšana. Kā zināt komata vietu reizinājumā?

Lieto stratēģiju *Mēģinu un pārbaudu*.

Konstruē zināšanas.

Par problēmrisināšanas stratēģiju *Mēģinu un pārbaudu*



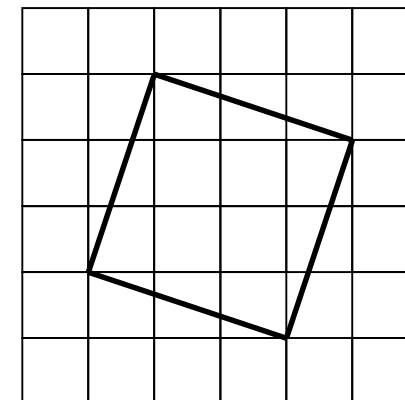
8. klase “Meklē” skaitli, kuru reizinot ar sevi, iegūst 10.

Veido skaitļu izjūtu/izpratni par kvadrātsakni.

Ļoti svarīgi! 3,16... pirms $\sqrt{10}$

Lieto stratēģiju *Mēģinu un pārbaudu*.

Pilnveido prasmes darbā ar kalkulatoru.



Maldīgi vai sašaurināti priekšstati

Stratēģija *Mēģinu un pārbaudu*

nav visefektīvākā

nav droša, jo dažas pārbaudes nav pierādījums

ir piemērota ideju/pieņemumu formulēšanai

7. klase

Starp lielumiem ievieto simbolus, lai iegūtu vienādojumu, kura sakne ir 4.

x

5

$2x$

7

Stratēģija *Mēģinu un pārbaudu* ir viens no ceļiem.

Zināšanas un patiesa izpratne par to, kas ir sakne ļauj efektīvāk risināt šo uzdevumu.

4

5

8

7

Skaitļu, lielumu salīdzināšana un nevienādību risināšana

3. klase Salīdzini $a + 16 \dots a + 21$

7. klase Kādā secībā mācīt?

3. 1) Atrisini nevienādību $2a + 5 > a - 8$

2. 2) Atrisini nevienādību $2a + 4 > 2a$

7. klase Nosaki, vai nevienādība ir patiesa

1. $2a + 3 < 2a - 4$

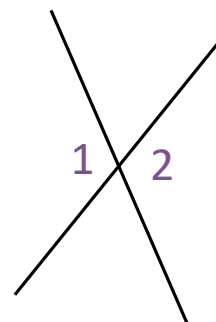
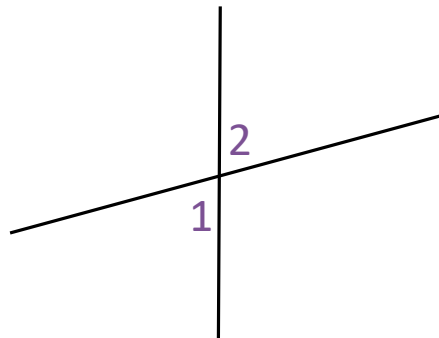
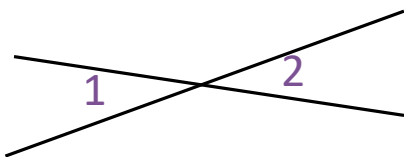
Jēgas/izpratnes pakāpeniska veidošana

Zināšanu konstruēšana, balstoties uz jau

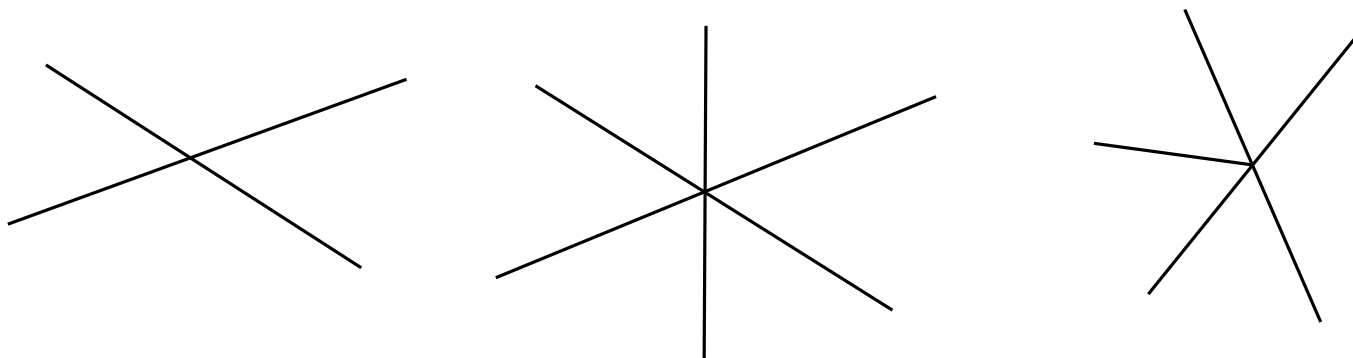
apgūto

a) Izmēri krustleņķus $\angle 1$ un $\angle 2$ dotajās situācijās.

b) Ko vari secināt?



- a) Mēri vai citādi nosaki leņķu lielumus dotajās situācijās.
- b) Saskati kopīgo visu situāciju rezultātos. Formulē saviem vārdiem.



Matemātiskās indukcijas principa būtība un simboliskais pieraksts

No programmas parauga:

Risina 3–4 uzdevumus ar vienkāršu matemātisku kontekstu, kas ļauj patstāvīgi nonākt pie idejas par MIP.

Zināšanu konstruēšana

Pierādi, ka katru naudas daudzumu, kas lielāks nekā 8 centi, var samaksāt ar 2 un 5 centu monētām.

1. uzdevums (4 punkti)

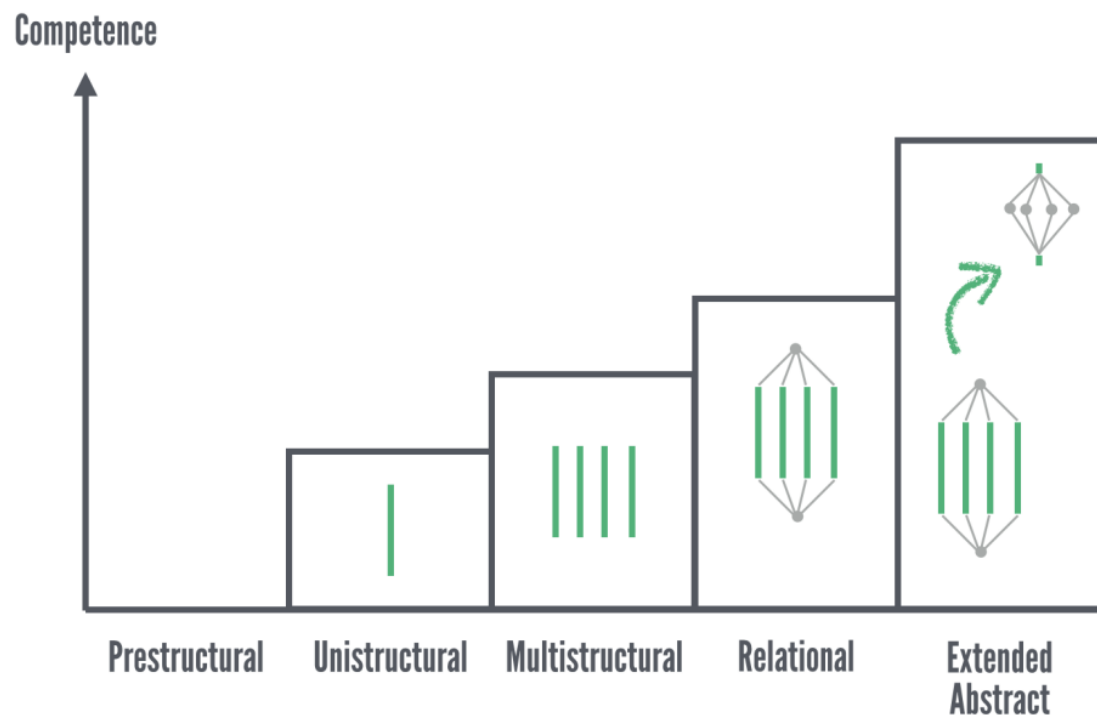
a) Vieni, kas katru nākamās lekcijas m dienas laikā par ~~apmācību~~ iemaksu, arī ~~blāvis~~ ^{sauktu par} ~~esam~~ ^{svaru} pe bus dienas laikā mēģināsim pabeigt

$$\begin{array}{ccccccccc} & 3 & & 6 & & 12 & & 24 & \\ & \frown & & \frown & & \frown & & \frown & \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & & & & \end{array}$$

Tas nozīmē, ka ja pirmo dienu skaitle summa dalās ar 3, tad arī visas pārējās skaitle pabeigšanas summas dalās ar 3.

Par SOLO taksononijas 3.līmeni

SOLO taksonomijas mērķis - mērīt un aprakstīt izpratnes dziļumu.

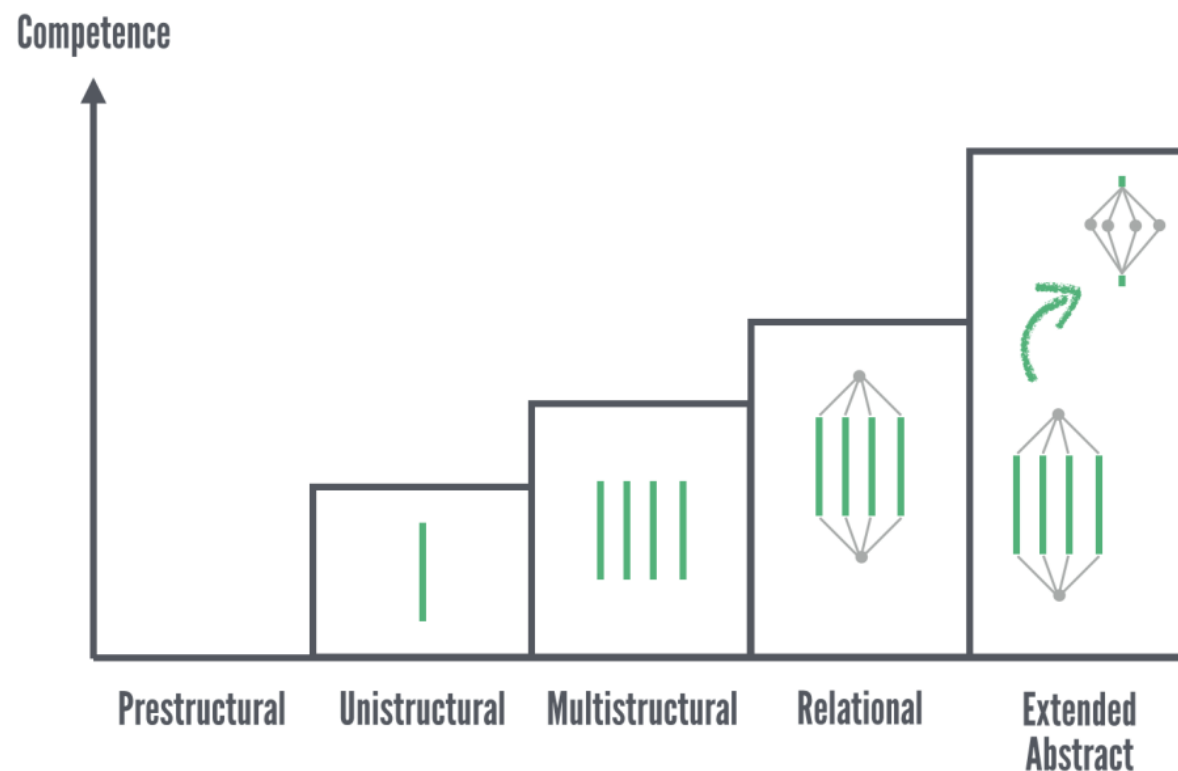


Skolēna sniegums aprakstīts 4 (5) līmeņos, un katrs nākamais liecina par arvien dziļāku izpratni.

Struktūrelementi - jēgai atbilstoši elementi **skolēna sniegunā/ atrisinājumā**.

Līmeņu apraksti nav uzdevumu apraksti.

SOLO 3. līmenis – ir pierādījumi patiesai izpratnei



Struktūras
iezīmes

Viens
strukūrelements

Vairāki
strukūrelementi

Saistību
veidošana

Paplašināta
abstrakcija

Atrisini nevienādību $x^2 - x - 2 > 0$, un paskaidro risinājumu.

I	Uzraksta vai neuzraksta vienādojumu $x^2 - x - 2 = 0$ un nosaka tā saknes. Turpināt spēj tikai pēc tiešām norādēm vai izmantojot atgādnes.
II	Uzraksta vienādojumu un nosaka tā saknes, veido parabolas skici un pieraksta atbildi. Burtiski apraksta, ko dara, piemēram, «pāreju uz vienādojumu». Vārdiskais apraksts, piemēram, «velku lociņu ar zariem uz augšu» liecina, ka nesaprot saistību starp kvadrātfunkcijas grafiku un kvadrātnevienādības atrisinājumu.
III	Uzraksta vienādojumu un nosaka tā saknes, veido parabolas skici un pieraksta atbildi. Skaidro, kā secināja, apliecinot, ka saprot saistību starp kvadrātfunkcijas grafiku un kvadrātnevienādības atrisinājumu, piemēram, «no funkcijas grafika skices nosaku, kuriem x izteiksmes $x^2 - x - 2$ vērtības ir pozitīvas».
IV	

SR Savelk līdzīgos saskaitāmos, skaidro veiktos pārveidojumus

- I Izpildi darbību $5b + 2b$
- II Savelc līdzīgos saskaitāmos $-8a + 2 + 3a$. Pastāsti, kā risināji.
- III Izteiksmi $3(x + 2) + 4(x + 2)$ uzraksti kā reizinājumu, paskaidro, kā vari būt drošs, ka rezultāts ir pareizs.

Vai skolēns saista rezultāta ieguvu ar reizināšanas (sadalāmības) īpašības lietojumu?

SR Lieto kvadrātu starpības formulu polinoma sadalīšanai reizinātājos

Pārveido par reizinājumu

I $x^2 - 4^2$

II $9a^2 - 0,36$

III $(x + 2)^2 - 9$

IV $\underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{\text{Reizinātāju } x \text{ skaits ir } n} - 1$

Reizinātāju x skaits ir n

	Sācis apgūt	Turpina apgūt	Apguvis	Apguvis padziļināti
Standartā	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka ir uzsākta plānotā SR apguve. Ar skolotāja atbalstu, darbojas zināmās tipveida situācijās. Darba laikā nepieciešams atbalsts un regulāri skolotāja apstiprinājumi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts daļēji, taču nav noturīgs. Skolēns pārsvarā darbojas patstāvīgi, pēc vajadzības izmanto atbalsta materiālus. Dažkārt nepieciešams pamudinājums, lai sekotu uzdevuma izpildei.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts pilnībā un tas ir noturīgs. Skolēns sekmīgi darbojas gan zināmās tipveida situācijās, gan nepazīstamās. Darbu veic patstāvīgi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts padziļināti. Spēj skaidrot savu domu un argumentēt stratēģijas izvēli. Prasmīgi un ar pārliecību darbojas zināmās tipveida situācijās, risina unikālas problēmas nepazīstamās un starpdisciplinārās situācijās.

	Sācis apgūt	Turpina apgūt	Apguvis	Apguvis padziļināti
Standartā	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka ir uzsākta plānotā SR apguve. Ar skolotāja atbalstu, darbojas zināmās tipveida situācijās. Darba laikā nepieciešams atbalsts un regulāri skolotāja apstiprinājumi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts daļēji, taču nav noturīgs. Skolēns pārsvarā darbojas patstāvīgi, pēc vajadzības izmanto atbalsta materiālus. Dažkārt nepieciešams pamudinājums, lai sekotu uzdevuma izpildei.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts pilnībā un tas ir noturīgs. Skolēns sekmīgi darbojas gan zināmās tipveida situācijās, gan nepazīstamās. Darbu veic patstāvīgi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts padziļināti. Spēj skaidrot savu domu un argumentēt stratēģijas izvēli. Prasmīgi un ar pārliecību darbojas zināmās tipveida situācijās, risina unikālas problēmas nepazīstamās un starpdisciplinārās situācijās.

Pārmaiņu atspoguļojums valsts pārbaudes darbos

8. uzdevums (3 punkti)

Dots funkcijas $y = 0,5^x$ grafiks (sk. 1. attēlu).

8.1. (1 punkts) Dots skaitļi $0,5^{99}$ un $0,5^{100}$. Pamato, kurš no skaitļiem ir lielāks.

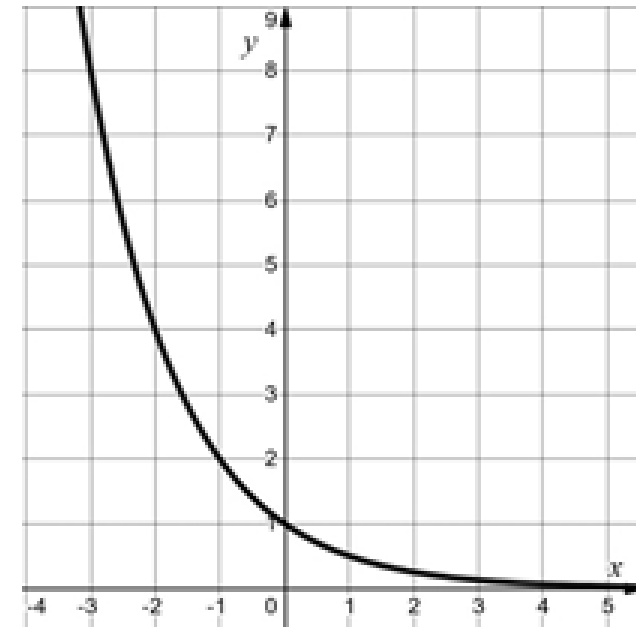
8.2. (1 punkts) Dotajā koordinātu plaknē konstruē funkcijas $y = 3^x$ grafiku.

8.3. (1 punkts) Nosaki visus tos x , kuriem $0,5^x > 3^x$.

Atbilde:

9. uzdevums (3 punkti)

Atrisini nevienādību $0,25 \cdot 0,5^x > 0,5^{3x}$.



1. attēls

Pārmaiņu atspoguļojums valsts pārbaudes darbos

1.-9. uzdevumos tev ir iespēja demonstrēt zināšanas, izpratni un prasmes algebrā.

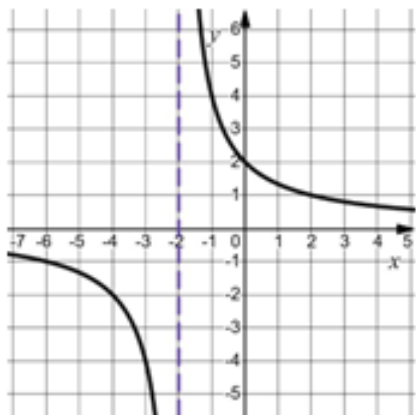
1. uzdevums (5 punkti)

Dota funkcija $y = \frac{4}{x-2}$.

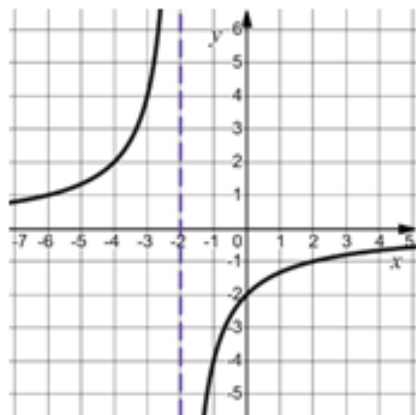
1.1. (1 punkts) Aprēķini dotās funkcijas vērtību, ja $x = 3$.

[illegible]

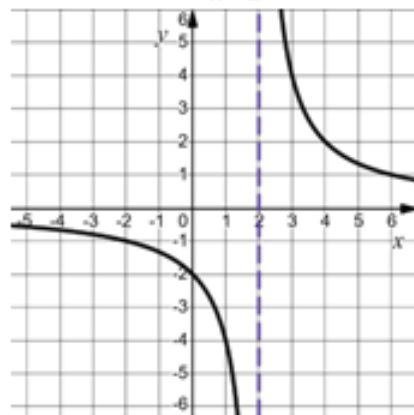
1.2. (1 punkts) Nosaki, kurā no atbilstošu variantiem dots funkcijas $y = \frac{4}{x-2}$ grafiks.



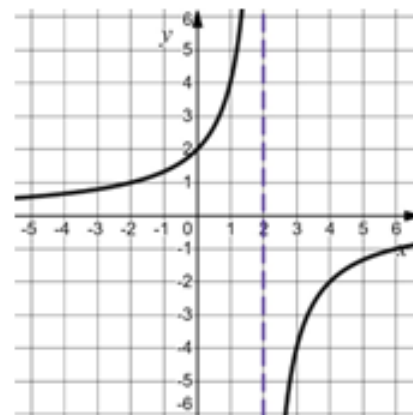
A



B



c



D

1.3. (1 punkts) Nosaki dotās funkcijas vērtību kopu (vērtību apgabalu).

Atbilde:

1.4. (2 punkti) Raksturo matemātiski funkciju $f(x) = \frac{4}{x-2}$ un $g(x) = \frac{4}{2-x}$ grafiku savstarpējo novietojumu koordinātu plaknē.

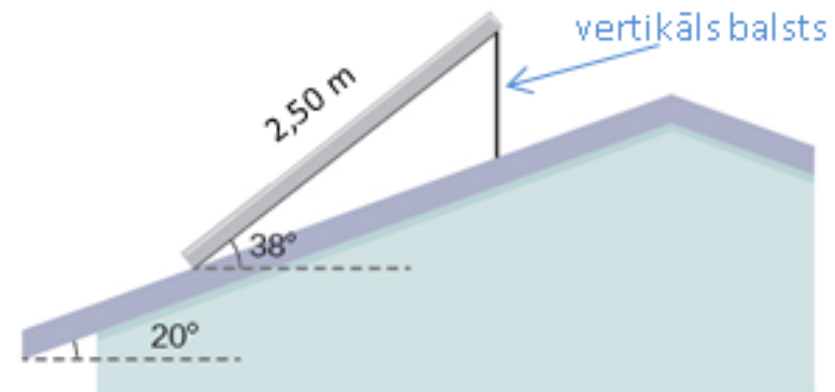
Pārmaiņu atspoguļojums valsts pārbaudes darbos

28.-29. uzdevumos tev ir iespēja demonstrēt matemātikas lietojumu praktiskos vai citu jomu kontekstos.

28. uzdevums (4 punkti)

Mājas jumta slīpuma leņķis ir 20° . Uz jumta ir jāuzstāda saules enerģijas panelis un optimālu rezultātu iegūšanai tas jānovieto 38° leņķī pret zemes virsmu (sk. 10. attēlu). Aprēķini garumu vertikālajam balstam, kas notur paneli, ja viens no paneļa izmēriem ir 2,50 metri. Starprezultātus (ja risinājumā tādi ir) noapaļo līdz metra tūkstošdaļām, bet gala rezultātu – līdz veseliem centimetriem.

Piezīme: Ja nepieciešams, leņķu trigonometrisko funkciju vērtības noapaļo līdz tūkstošdaļām.



10. attēls

[illegible]

Jautājumi, komentāri par SOLO taksonomiju, par
šķirtni starp 2. un 3. līmeni u. tml.

Kas ir pārmaiņu būtība?

- Par tipisku praksi matemātikas apgūvē kļūst **skaidrošana** (savas darbības, domu gaitas, jēgas/nozīmes u.tml.).
- Palielināts īpatsvars **spriešanai no konkrētā uz vispārīgo**, attīstot spriestspēju, ļaujot piedzīvot atklāšanu, konstruēt zināšanas pašiem.
- **Stratēģijas** – ilgtermiņa atbalsts skolēnam pašvadītai un uz jēgu fokusētai matemātikas apguvei.
- Matemātikas satura vizuāla, kinestētiska un audiāla **modelēšana** no skolotāja pārvaldītas aktivitātes par skolēna stratēģiju.

Palielināts īpatsvars **spriešanai no konkrētā uz vispārīgo**, attīstot spriestspēju, ļaujot piedzīvot atklāšanu, konstruēt zināšanas pašiem. 

Nepieciešams nosacījums, lai skolēns piedzīvotu atklāšanu.

Piemērs

Pēti, secini un pastāsti, kas notiek ar pāra/nepāra skaitļiem, tos saskaitot vai atņemot (reizinot ar 2).

Palielināts īpatsvars **spriešanai no konkrētā uz vispārīgo**, attīstot spriestspēju, ļaujot piedzīvot atklāšanu, konstruēt zināšanas pašiem. 

Jaunu zināšanu konstruēšana

Piemērs Saskata, formulē un skaidro algoritmus decimāldaļu reizināšanai un dalīšanai ar 10; 100; 1000; ...;
reizināšanai un dalīšanai ar 0,1; 0,01; 0,001; ...
Raksturo saistību starp algoritmiem.

Matemātikas satura vizuāla, kinestētiska un audiāla **modelēšana** no skolotāja pārvaldītas aktivitātes par skolēna stratēģiju.

Piemēri

Modelē reizināšanas ar 6; 7; 8; 9 un 10 tabulu, izvēloties sev piemērotāko veidu (zīmējums, sloksnītes, kociņi u. c.).

Izmanto modeli, piemēram, taisnstūra rūtiņas, lai skaidrotu, kāpēc nemainās rezultāts, ja reizināšanas darbībā maina skaitļu secību.

Piemērs modelēšanai – negatīva skaitļa pieskaitīšana, atņemšana

Teorētiski nevaram pateikt, kāpēc tā ir.

Modelēšana uz skaitļu taisnes skolēnam aizstāj teoriju (atbilde tiek saņemta)

Ja pieskaita pozitīvu skaitli, tad uz skaitļu taisnes skaita “uz priekšu”/pa labi; ja pieskaita negatīvu skaitli, tad maina virzienu – skaita “atpakaļ”/pa kreisi.

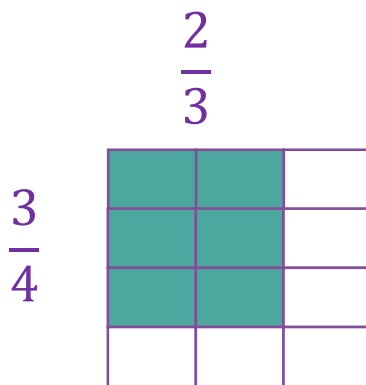
Ja atņem pozitīvu skaitli, tad uz skaitļu taisnes skaita “atpakaļ”/pa kreisi; ja atņem negatīvu skaitli, tad maina virzienu – skaita “uz priekšu”/pa labi.

Piemērs modelēšanai – parasto daļu reizināšana

Teorētiski nevaram pateikt, kāpēc tā ir.

Modelēšana, izmantojot laukumu, skolēnam aizstāj teoriju (atbilde tiek saņemta)

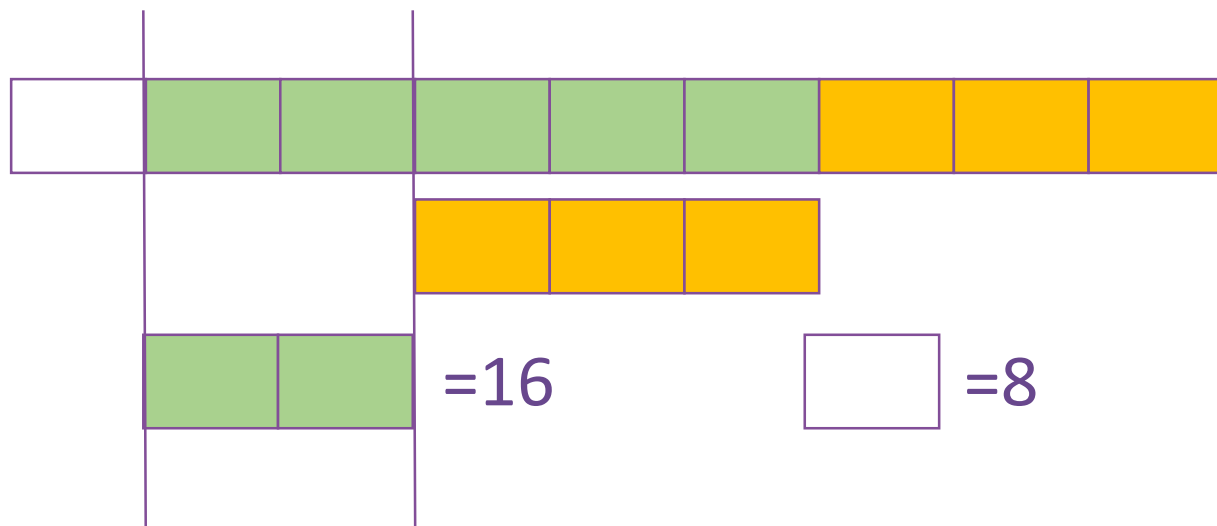
Divu īstu daļu reizinājumu var attēlot kvadrātā, kura malas garums ir 1 – reizinātāji rāda, kādu daļu no katras malas jāņem, bet rezultāts rāda, kādu daļu no kvadrāta laukuma iegūst.



$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$$

Shematiska zīmējuma veidošana (*heuristic*)

Dace izstādei-pārdošanai apgleznoja krūzītes. Baltas ir $\frac{1}{9}$ no tām, bet $\frac{5}{8}$ no atlikušajām krūzītēm ir zaļas. Pārējās krūzītes ir dzeltenā krāsā. Zaļo krūzīšu ir par 16 vairāk nekā dzelteno. Cik ir balto krūzīšu?



Shematiski zīmējumi – stratēģija situāciju uzdevumu risināšanai

3

Peles Trīne un Tedis atrada riekstus. Trīne paņēma pusi no riekstiem, bet Tedis paņēma pusi no atlikušajiem riekstiem. Trīnei bija par 3 riekstiem vairāk nekā Tedim. Cik riekstu peles atrada?



Trīne

Tedis

Kā zīmējumā attēlots skaitlis 3?

4. klase

Mamma: Esam nobraukuši 80 km.

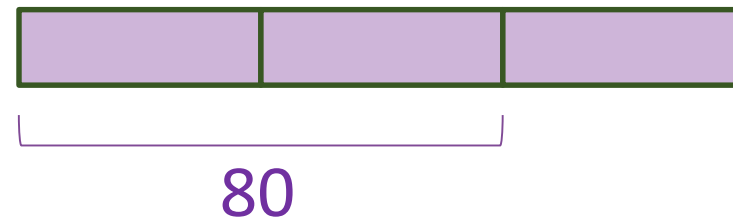
Tētis: Jā, tieši $\frac{2}{3}$ no ceļa.

Aprēķini visa ceļa garumu.

Konstruē zināšanas.

Veido izpratni par “daļu rēķiniem”.

Lieto stratēģiju *Veidoju shematisku zīmējumu*



Par stratēģijām



Viena no pilnveidotā satura iezīmēm – paņēmienu daudzveidība.

Kāpēc, jūsuprāt, svarīgi aplūkot, mācīt un lietot dažādus paņēmienus atņemšanai, dalīšanai u. tml.?



Skolas matemātika un darba tirgus

Ekspertu pārstāvētā joma

Finanses

Tirdzniecība

Medicīna

Reklāma

Jomām būtiskas zināšanas (biežāk
pieminētās apakšnodaļas)

Statistika

Varbūtības

Programmēšanas pamati

Matemātiskā analīze

...

(OECD Education 2030, 2019.aprīlis, Parīze)

Par dažiem satura jautājumiem:

kombinatorika pamatskolā un vidusskolā,

planimetrija vidusskolā,

daļveida funkcija,

...



Par snieguma līmeņu aprakstu (SLA) veidošanu un izmantošanu

Kad vērtēšanai mērķtiecīgi izmantot SLA?

Ja mērķis ir vērtēt:

- būtisku un apjomīgu prasmi, kas tiek attīstīta laika gaitā
- izpratnes dziļumu

Vienlaikus iegūstam instrumentus, kas palīdz efektīvāk mācīt.

Prasmes vērtēšana

3.6. temats

SR no programmas

Saskaita un atņem 1000 apjomā, izmantojot konkrētus modeļus un zīmējot, lietojot paņēmienus, kuri balstās uz skaitļa decimālā sastāva izpratni, darbību īpašībām vai sakarību starp saskaitīšanu un atņemšanu, formulējot sev saprotamu algoritmu.

SLA ir piemērots vērtēšanas kritēriju veids

Vispirms veidoju SLA, tad atlasu vai veidoju piemērotus uzdevumus

Saskaita un atņem 1000 apjomā, izmantojot konkrētus modeļus un zīmējot, lietojot paņēmienus, kuri balstās uz skaitļa decimālā sastāva izpratni, darbību īpašībām vai sakarību starp saskaitīšanu un atņemšanu, formulējot sev saprotamu algoritmu.

- SLA (snieguma līmeņu apraksta) veidošana
- 1. solis Pieņemu lēmumu, **ko** skolēnu sniegtā **vērtēšu** (kas būs vērtēšanas kritēriji)

Vērtēšanas kritēriji:

- darbību izpilde
- rezultāta pārbaude
- izpratne, skaidrošana
- paņēmienu izvēle

Saistīti ar prasmi

Kritērijs ir «ieraugāms», mērāms

Kritērijs ir «izvēršams»

Vai ir visi būtiskie kritēriji?

2. solis Izvērtēju kritērijus, to piemērotību

SLA veidošana

1. solis Pieņemu lēmumu, **ko** skolēnu sniegumā **vērtēšu** (kas būs vērtēšanas kritēriji)
2. solis Izvērtēju kritērijus, to piemērotību
3. solis Veidoju snieguma aprakstu dažādos kvalitātes līmeņos atbilstoši kritērijiem

Ieteikums sākt ar snieguma aprakstu III līmenim.

Nav prioritāte veidot pašiem, svarīgi adaptēt un izmantot.

Saprotu, kas ir SLA, kad to mērķtiecīgi lietot – izdaru saprātīgas izvēles.

Saskaita un atņem 1000 apjomā ...

Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Darbību izpilde				
Rezultāta pārbaude				
Izpratne, skaidrošana				
Paņēmienu izvēle				

Saskaita un atņem 1000 apjomā ...

Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Darbību izpilde			Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus bez kļūdām.	
Rezultāta pārbaude				
Izpratne, skaidrošana				
Paņēmienu izvēle				

Saskaita un atņem 1000 apjomā ...

Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Darbību izpilde	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus vienkāršās situācijās, bez pārejas jaunā desmitā.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus ar pāreju jaunā desmitā, dažkārt pieļauj kļūdas.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus bez kļūdām.	Veikli saskaita un atņem daudzciparu skaitļus, lieto prasmi jaunā situācijā.
Rezultāta pārbaude				
Izpratne, skaidrošana				
Paņēmienu izvēle				

Saskaita un atņem 1000 apjomā ...

Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Darbību izpilde	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus vienkāršās situācijās, bez pārejas jaunā desmitā.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus ar pāreju jaunā desmitā, dažkārt pieļauj kļūdas.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus bez kļūdām.	Veikli saskaita un atņem daudzciparu skaitļus, lieto prasmi jaunā situācijā.
Rezultāta pārbaude	Pārbauda rezultātu pēc burtiskām norādēm darbības izpildes laikā.	Pārbauda rezultātu pēc pamudinājuma.	Pārliedzinās par rezultāta pareizību.	Pārbaudei izvēlas veidu, izmanto rezultāta aptuvenu novērtēšanu.
Izpratne, skaidrošana				
Paņēmienu izvēle				

Saskaita un atņem 1000 apjomā ...

Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Darbību izpilde	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus vienkāršās situācijās, bez pārejas jaunā desmitā.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus ar pāreju jaunā desmitā, dažkārt pieļauj kļūdas.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus bez kļūdām.	Veikli saskaita un atņem daudzciparu skaitļus, lieto prasmi jaunā situācijā.
Rezultāta pārbaude	Pārbauda rezultātu pēc burtiskām norādēm darbības izpildes laikā.	Pārbauda rezultātu pēc pamudinājuma.	Pārlicinās par rezultāta pareizību.	Pārbaudei izvēlas veidu, izmanto rezultāta aptuvenu novērtēšanu.
Izpratne, skaidrošana	Izmanto atgādnes, modeļus, pasaka, ko tie parāda.	Nepieciešamības gadījumā izmanto atgādnes, skaidro risināšanas gaitu.	Skaidro veikto darbību nozīmi un saistību konkrētos piemēros.	Skaidro paņēmienus un pamato, kāpēc iegūst pareizu rezultātu.
Paņēmienu izvēle				

Saskaita un atņem 1000 apjomā ...

Līmenis Kritērijs	I	II	III	IV
Darbību izpilde	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus vienkāršās situācijās, bez pārejas jaunā desmitā.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus ar pāreju jaunā desmitā, dažkārt pieļauj kļūdas.	Saskaita un atņem trīsciparu skaitļus bez kļūdām.	Veikli saskaita un atņem daudzciparu skaitļus, lieto prasmi jaunā situācijā.
Rezultāta pārbaude	Pārbauda rezultātu pēc burtiskām norādēm darbības izpildes laikā.	Pārbauda rezultātu pēc pamudinājuma.	Pārlicinās par rezultāta pareizību.	Pārbaudei izvēlas veidu, izmanto rezultāta aptuvenu novērtēšanu.
Izpratne, skaidrošana	Izmanto atgādnis, modeļus, pasaka, ko tie parāda.	Nepieciešamības gadījumā izmanto atgādnis, skaidro risināšanas gaitu.	Skaidro veikto darbību nozīmi un saistību konkrētos piemēros.	Skaidro paņēmienus un pamato, kāpēc iegūst pareizu rezultātu.
Paņēmienu izvēle		Parasti lieto tikai vienu paņēmienu/ stratēģiju saskaitīšanai, vienu - atņemšanai, noteiktu pieraksta veidu.	Lieto dažādus darbību pieraksta veidus un paņēmienus/ stratēģijas, izvēlas sev saprotamāko.	Izvēlas konkrētajai situācijai izdevīgāko paņēmienu/ stratēģiju, argumentē izvēli.

	Sācis apgūt	Turpina apgūt	Apguvis	Apguvis padziļināti
Standartā	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka ir uzsākta plānotā SR apguve. Ar skolotāja atbalstu, darbojas zināmās tipveida situācijās. Darba laikā nepieciešams atbalsts un regulāri skolotāja apstiprinājumi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts daļēji, taču nav noturīgs. Skolēns pārsvarā darbojas patstāvīgi, pēc vajadzības izmanto atbalsta materiālus. Dažkārt nepieciešams pamudinājums, lai sekotu uzdevuma izpildei.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts pilnībā un tas ir noturīgs. Skolēns sekmīgi darbojas gan zināmās tipveida situācijās, gan nepazīstamās. Darbu veic patstāvīgi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts padziļināti. Spēj skaidrot savu domu un argumentēt stratēģijas izvēli. Prasmīgi un ar pārliecību darbojas zināmās tipveida situācijās, risina unikālas problēmas nepazīstamās un starpdisciplinārās situācijās.

	Sācis apgūt	Turpina apgūt	Apguvis	Apguvis padziļināti
Standartā	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka ir uzsākta plānotā SR apguve. Ar skolotāja atbalstu, darbojas zināmās tipveida situācijās. Darba laikā nepieciešams atbalsts un regulāri skolotāja apstiprinājumi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts daļēji, taču nav noturīgs. Skolēns pārsvarā darbojas patstāvīgi, pēc vajadzības izmanto atbalsta materiālus. Dažkārt nepieciešams pamudinājums, lai sekotu uzdevuma izpildei.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts pilnībā un tas ir noturīgs. Skolēns sekmīgi darbojas gan zināmās tipveida situācijās, gan nepazīstamās. Darbu veic patstāvīgi.	Skolēna sniegums (demonstrētās zināšanas, izpratne, prasmes vai attieksme) liecina, ka plānotais rezultāts sasniegts padziļināti. Spēj skaidrot savu domu un argumentēt stratēģijas izvēli. Prasmīgi un ar pārliecību darbojas zināmās tipveida situācijās, risina unikālas problēmas nepazīstamās un starpdisciplinārās situācijās.
Jautājums, kas raksturo kognitīvo līmeni	Kas jādara?	Kā jādara?	Ko tas nozīmē, kāpēc tā jādara?	Kāpēc paņēmiens «strādā»?

Piemērs Pierādīšanas prasmes

Ko vērtēsim?

Kritēriji: Korektums un loģika

Formulē, pamato un loģiski saista apgalvojumus

Pieraksta organizēšana

Organizē pierakstu, veido to lakonisku, viegli uztveramu un izlasāmu

Valodas lietojums

Veido viennozīmīgi saprotamu tekstu; pamatoti izvēlas lietot matemātikas simbolisko valodu vai sarunvalodas elementus.

SLA pierādīšanas prasmju vērtēšanai

Vērtēšanas kritērijs	I	II	III	IV
1. Korektums un loģika <i>Formulē, pamato un loģiski saista apgalvojumus</i>				
2. Pieraksta organizēšana <i>Organizē pierakstu, veido to lakonisku, viegli uztveramu un izlasāmu</i>				
3. Valodas lietojums <i>Veido viennozīmīgi saprotamu tekstu; pamatoti izvēlas lietot matemātikas simbolisko valodu vai sarunvalodas elementus.</i>				

SLA pierādīšanas prasmju vērtēšanai

Vērtēšanas kritērijs	I	II	III	IV
1. Korektums un loģika <i>Formulē, pamato un loģiski saista apgalvojumus</i>	Apgalvojumi nepierāda prasīto. Parasti nepamato apgalvojumus vai dara to kļūdaini, neveido atsauces uz zināšanām, iepriekš pierādīto vai tās ir neatbilstošas situācijai, pretrunīgas kādam apgalvojumam. Korekti veic vismaz vienu pierādījuma posmu.	Realizē piemērotu plānu, bet trūkst kāds solis vai kāds secinājums ir kļūdainis. Pamato tikai daļu no apgalvojumiem. Cenšas loģiski saistīt secīgus apgalvojumus, bet atsauces uz zināšanām, iepriekš pierādīto ir daļēji pareizas vai neprecīzas, kas tomēr ļauj saprast pierādījuma ideju. Ne vienmēr ir gala slēdziens.	Kopumā pierāda prasīto, pieļaujot nelielas kļūdas. Pamato apgalvojumus, bet dažkārt pamatojums nav pilnīgs. Saista secīgos apgalvojumus, bet loģika vai atsauces uz zināšanām, iepriekš pierādīto var saturēt neprecizitātes, kas netraucē uztvert būtisko. Ir skaidrs gala slēdziens.	Pilnīgi un precīzi pierāda prasīto, veido vienmēr pamatotus un secīgi saistītus apgalvojumus, izmantojot loģiku vai precīzi un atbilstoši situācijai atsaucoties uz zināšanām, iepriekš pierādīto. Ir precīzs gala slēdziens.

SLA pierādīšanas prasmju vērtēšanai

Vērtēšanas kritērijs	I	II	III	IV
2. Pieraksta organizēšana <i>Organizē pierakstu, veido to lakonisku, viegli uztveramu un izlasāmu</i>	Pierādījums kopumā nav organizēts, trūkst būtisku struktūras elementu vai arī risinājums satur liekus soļus un informāciju, kas to dara neskaidru, neļaujot lasītājam uzvert domu gaitu kopumā.	Pierādījums ir organizēts, bet var saturēt liekus apgalvojumus vai atsauces, nevajadzīgu atkārtošanos, var trūkt kāds struktūras elements, kas no lasītāja prasa piepūli, lai saprastu domu gaitu.	Pierādījums kopumā ir organizēts, kas ļauj to izlasīt un saprast pilnīgi, pat ja atsevišķos soļos nav izvēlēti piemērotākie attēlošanas veidi, parasti nesatur liekvārdību.	Pierādījums ir labi organizēts, viegli izlasāms un lakonisks, neiekļaujot nebūtiskas idejas, liekas atsauces, nevajadzīgus pamatojumus u. tml.

SLA pierādīšanas prasmju vērtēšanai

Vērtēšanas kritērijs	I	II	III	IV
3. Valodas lietojums <i>Veido viennozīmīgi saprotamu tekstu; pamatoti izvēlas lietot matemātikas simbolisko valodu vai sarunvalodas elementus.</i>	Veido nesaprotamus teikumus. Vairumu simbolu un terminu lieto kļūdaini vai neatbilstoši. Var izmantot „savus” apzīmējumus, kas neatbilst pieņemtajiem.	Daži teikumi ir veidoti kļūdaini, kas padara neskaidru vēstīto saturu. Vairumu matemātikas simbolu un terminoloģiju lieto pareizi, bet dažkārt to lietojums ir neatbilstošs vai pārmērīgs; atsevišķus simbolus vai terminus lieto nepareizi.	Kopumā teksts viennozīmīgi saprotams, pareizi izmanto matemātiskos simbolus un terminoloģiju, pieļaujot atsevišķas nepilnības to lietojumā. Dažkārt nevajadzīgi formalizē vēstījumu, vai gluži otrādi – simbolisko pierakstu nepiemēroti aizstāj ar sarunvalodas elementiem, kas pieļauj interpretēt vēstījumu.	Visi teikumi ir pareizi veidoti un viennozīmīgi saprotami. Precīzi un piemēroti lieto matemātikas simbolus un terminoloģiju. Izvēlas lietot vai nu matemātikos simbolus vai sarunavlodas elementus, nodrošinot iespējami saprotamāku vēstījumu lasītājam.

Vienlaikus iegūstam instrumentus, kas palīdz efektīvāk mācīt.

Paldies par darbu, ko darāt ikdienā!

Paldies par līdzdalību un idejām šodienas
nodarbībā!

janis.vilcins@skola2030.lv



NACIONĀLAIS
ATTĪSTĪBAS
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē